Proposta per l’elaborato di matematica e fisica

# Per lo studente

# Integrali definiti e legge di Faraday-Neumann

## Rifletti sulla teoria

* Spiega il metodo di integrazione per parti.
* Enuncia e dimostra la formula di Leibniz-Newton per il calcolo di un integrale definito.
* Spiega le procedure da usare per calcolare il volume del solido ottenuto dalla rotazione di una superficie piana:
* attorno all’asse ;
* attorno all’asse
* Dopo aver definito le funzioni periodiche, spiega come si calcola il periodo della funzione , se è periodica di periodo .
* Spiega il fenomeno dell’induzione elettromagnetica ed enuncia la legge di Faraday-Neumann. Qual è il contributo dato da Lenz alla comprensione del fenomeno?
* Spiega il funzionamento dell’alternatore. Per quale motivo si sceglie di collegare i contatti striscianti con due semianelli?

## Mettiti alla prova

1. Calcola l’area della porzione di piano delimitata dalla funzione e dall’asse nell’intervallo
2. Verifica che il periodo della funzione è e determina il periodo della funzione al variare di
3. Determina i volumi dei solidi di rotazione ottenuti dalla rotazione della superficie attorno all’asse e attorno all’asse .

Se mettiamo in rotazione, con velocità angolare costante , una spira quadrata attorno al proprio asse all’interno delle espansioni polari di un magnete otteniamo un alternatore. Supponi la spira sia perpendicolare al campo magnetico nell’istante iniziale e che l’asse di rotazione sia perpendicolare alla direzione del campo magnetico.

1. Indica con l’intensità del campo magnetico e scrivi l’espressione del flusso magnetico in funzione del tempo.
2. Applica la legge di Faraday-Neumann per trovare la f.e.m. indotta nella spira e scrivi l’intensità della corrente che attraversa una resistenza
3. Quanto valgono i valori efficaci della f.e.m. e della corrente indotte?
4. Come puoi quantificare la quantità di carica che ha attraversato la sezione del conduttore in un periodo nel caso in cui i contatti mobili striscino su due semianelli?

## Possibile integrazione multidisciplinare

* Scrivi un **programma** che calcoli numericamente l’integrale del punto **1** del *Mettiti alla prova*. Confronta il risultato approssimato con quello esatto e valuta quanti passi di integrazione sono necessari per raggiungere una precisione dello .

Prosegue >>

# Per l’insegnante

## Possibili domande da fare durante il colloquio

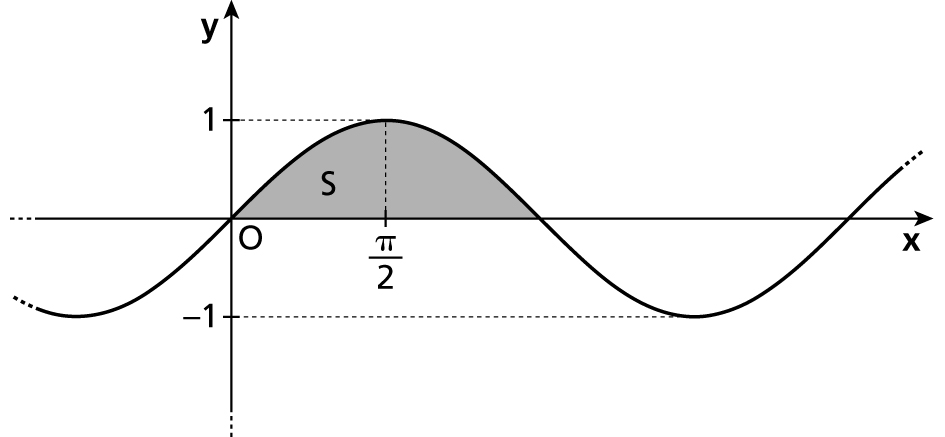
In sede d’esame, per verificare l’effettiva comprensione della parte teorica, si possono fare allo studente le seguenti domande.

* Spiega come si calcola l’area della porzione di piano delimitata dai grafici delle funzioni continue e e dalle rette verticali e , nell’ipotesi che .
* Supponi che sia una funzione continua e negativa in . Come puoi calcolare l’area del trapezoide delimitato da , dall’asse e dalle rette verticali e ?
* Enuncia il teorema della media e forniscine un’interpretazione grafica.
* Il semicerchio delimitato dal grafico della funzione e dall’asse è la base di un solido le cui sezioni con piani perpendicolari all’asse sono dei quadrati. Come si calcola il suo volume?
* Spiega il funzionamento del motore elettrico in corrente continua.
* Un trasformatore può funzionare in corrente continua? Perché?
* Quanto vale la circuitazione del campo elettrostatico? Perché?

## Traccia di svolgimento del *Mettiti alla prova*

1. **Grafico di e calcolo dell’area.**

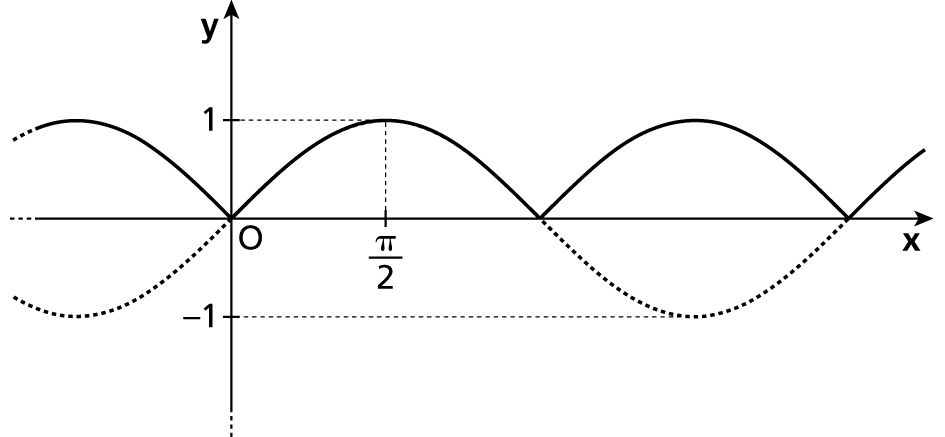
Disegniamo il grafico di .



Per trovare l’area richiesta dobbiamo calcolare l’integrale definito

1. **Grafico e periodo di e periodo di .**

Disegniamo il grafico di a partire da quello di .



La funzione ha periodo . Il periodo di è poiché nel disegnare il suo grafico gli archi di sinusoide che appartengono al semipiano delle ordinate negative vengono simmetrizzati rispetto all’asse delle ascisse.

Pertanto il periodo di , per , è

Prosegue >>

1. **Volumi dei solidi di rotazione.**

Calcoliamo il volume del solido di rotazione attorno all’asse con la formula:

Per determinare il volume del solido di rotazione attorno all’asse possiamo usare il metodo dei gusci cilindrici. Calcoliamo il volume calcolando per parti l’integrale:

1. **Espressione del flusso magnetico in funzione di .**

Se all’istante s la spira è parallela al campo , il flusso magnetico attraverso la spira è inizialmente nullo. Pertanto

1. **F.e.m. e corrente indotta.**

Per la legge di Faraday-Neumann, la f.e.m. è data da

Con i due semianelli, la corrente fluisce sempre nello stesso verso. Pertanto dobbiamo scrivere

Per la legge di Ohm, l’intensità della corrente che attraversa il resistore è data da

1. **Valori efficaci della f.e.m. e della corrente indotta.**

Possiamo calcolare i valori efficaci:

1. **Quantità di carica che ha attraversato la resistenza in un periodo.**

Per quanto osservato, la funzione ha periodo Si può verificare con la sostituzione che

Quindi, la quantità di carica che attraversa la sezione del conduttore in un periodo è: